B

DISZKRÉT MATEMATIKA 2011 január 03 hétfő de. 8 órától (70 perc)

1. Megoldható-e az alábbi egyenletet a komplex számok körében (itt $\overline{z}$ a z komplex szám konjugáltját jelöli):
$$z^2 - 3(\overline{z})^2 = 6 + 16i$$

2. Határozzuk meg az
$$f(x) = x^6 - 3x^5 + 2 \text{ és } g(x) = x^4 - 3x^3 + 2$$
polinomok legnagyobb közös osztóját.

3. Az $f(x) = x^5 + 9x$ polinomnak adjuk meg az irreducibilis tényezőkre való szorzattá alakítását $\mathbb{R}[x]$-ben és $\mathbb{C}[x]$-ben.

4. Adjuk meg az S_9-beli $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 8 & 9 & 7 & 2 & 3 & 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ permutáció előjelét és transzpozíciók szorzataként való előállítását.

5. Igazoljuk, hogy ha az S_7-beli α és β permutációkra $\alpha^{11} = \beta^{11}$, akkor $\alpha = \beta$.

6. Csoportot alkotnak-e a 2×2-es invertálható valós mátrixok (azaz a $GL_2(\mathbb{R})$ halmaz) az $A * B = BWA$ módon értelmezett $*$ szorzásra nézve? A definícióban a B, W és A mátrixok vannak összeszorozva, ahol $A, B \in GL_2(\mathbb{R})$ és $W \in GL_2(\mathbb{R})$ az alábbi
$$W = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Elméleti kérdések

E1) Adjuk meg a három halmaz uniójának a számosságára vonatkozó szita formulát.

E2) Adjuk meg a primitív n-edik egység-gyököket $\mathbb{C}$-ben.

E3) A legnagyobb közös osztó értelmezése polinomokra.

E4) Az alternáló csoport definíciója.